

Soutěž typu Náboj – pravidla

Cílem této hodiny je zopakovat učivo formou soutěže, jejíž formát je podobný formátu oblíbené mezinárodní soutěže Náboj.

Pravidla soutěže.

- Žáci se rozdělí do přibližně stejně početných skupin (dvojic až čtveřic)
- Na začátku soutěže dostane každá skupina zadání první pěti úloh
- Kdykoliv tým správně vyřeší jednu z úloh, dostane na novém ústřížku papíru další úlohu
- Cílem je vyřešit za 45 minut co nejvíce úloh
- K vyřešení úlohy stačí správný číselný výsledek, není potřeba sdělovat celý postup
- Správnost výsledku ověřuje učitel, k němuž žák přijde se svým návrhem odpovědi napsaným na zadání příslušné úlohy. Při správném výsledku vydá učitel novou úlohu, při špatném zaznačí na zadání černou tečku. Při nashromáždění tří černých teček u jedné úlohy, je při jejím dalším pokusu o vyřešení nutné sdělovat (alespoň náznakem) i postup
- Není povoleno používat elektronické přístroje včetně kalkulaček. Číselné výsledky ovšem nemusí být nutně přímo vyčísleny. Například $\binom{60}{12}$ či $26 \cdot 72$ jsou přípustné formáty odpovědi. Je-li však žákův výraz příliš složitý pro rychlé porovnání se správnou odpovědí (např. $278 + 443 + 17^2$), může být požádán o jeho zjednodušení.
- Podvádění, například spolupráce mezi týmy, je proti duchu hry.

Zadání úloh

Je třeba vytisknout jednu kopii na tým. Doporučujeme tisknout jednostraně, aby šlo jednotlivé úlohy odstříhávat. Pro rychlejší odstříhávání je možné čáry předem „nastříhnout“. Dobrou zábavu.

Úloha 1.

Pepa se chystá koupit do cukrárny koupit na třídní oslavu rakvičky a věnečky. Celkem jich chce koupit 27 a to tak, aby oba druhy byly zastoupeny. Kolika způsoby to může udělat?

Úloha 2.

Vyčíslete

$$\frac{8! \cdot 10!}{7! \cdot 9!}.$$

Úloha 3.

Mezi dvojicí kombinačních čísel níže povedeme šipku od většího k menšímu kdykoliv to bude možné. Kolik šipek nakreslíme?

$$\begin{array}{ccc} \binom{7}{3} & \binom{9}{3} & \binom{1000}{400} \\ \binom{1000}{600} & \binom{7}{4} & \binom{35}{1} \end{array}$$

Úloha 4.

Kolika způsoby lze na šachovnici 8×8 umístit dvě věže tak, aby se navzájem neohrožovaly?

Úloha 5.

Rozviňte $(2 + 10)^3$ podle binomické věty a určete

- (a) součet členů, které nejsou dělitelné číslem 100.
 - (b) poslední trojčíslí čísla 12^3
-

Úloha 6.

Kolika způsoby lze ze sady 52 pokerových karet vybrat pětici po sobě jdoucích hodnot téže barvy?

Úloha 7.

Lukáš si nedal pozor, když zadával svůj čtyřmístný PIN do bankomatu a přihlízejícímu se podařilo zjistit, že

- nula se v PIN nevyskytuje.
- třetí číslice je 5 a žádná jiná není 5.
- první a druhá číslice jsou na sousedících (přes hranu) klávesách číselníku.
- čtvrtá číslice je v prvním řádku na číselníku.

Pokud se nyní pokusí Lukášův PIN uhodnout, z kolika možností bude vybírat?

Úloha 8.

Doplněte do rámečků čísla 2, 3, 6, 7 (každé jednou) tak, aby rovnost platila.

$$\binom{\boxed{?}}{3} + \binom{\boxed{?}}{2} + \binom{4}{\boxed{?}} = \binom{8}{\boxed{?}}.$$

Úloha 9.

Jakub prozradil svému kamarádovi Lukášovi, že jeho heslo na Facebook se skládá z pěti samohlásek (bez diakritiky). Kolik hesel musí Lukáš vyzkoušet, aby se zcela jistě na Jakubův Facebook naboural?

Úloha 10.

Nahrad'te otazník celým číslem tak, aby platilo

$$(x + \boxed{?})^4 = x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 32x + 16.$$

Úloha 11.

Kolika způsoby lze šest studentů rozdělit do dvou trojic?

Úloha 12.

Kolika způsoby lze ze sady 52 pokerových karet vybrat trojici karet stejné hodnoty?

Úloha 13.

Šárka a Aleš hrají na hodině piškvorky na plánu 10×10 . Aleš na konci zvítězil, když sestavil pěticí křížků v řadě. Na kolika místech plánu mohla tato pěticí být?

Úloha 14.

Leoš Mareš se narodil v minulém století. Víme, že v roce 1999 byl jeho věk roven součtu cifer v čísle roku jeho narození. Ve kterém roce se narodil?

Úloha 15.

Na večírku si podal každý z devíti účastníků ruku přesně se dvěma dalšími. Kolika způsoby se toto podávání mohlo odehrát? Dvoje podávání považujeme za různá, pokud lze nalézt dvojici lidí, kteří si v jednom rukama potřásli a v druhém nikoliv.

Výsledky úloh

1. 26
2. 80
3. 11
4. $64 \cdot 49 = 3136$
5. 128
6. 36
7. 24
8. zleva doprava 7,6,2,3
9. $6^5 = 7776$
10. -2
11. 10
12. 52
13. 192
14. 1976
15. 30016